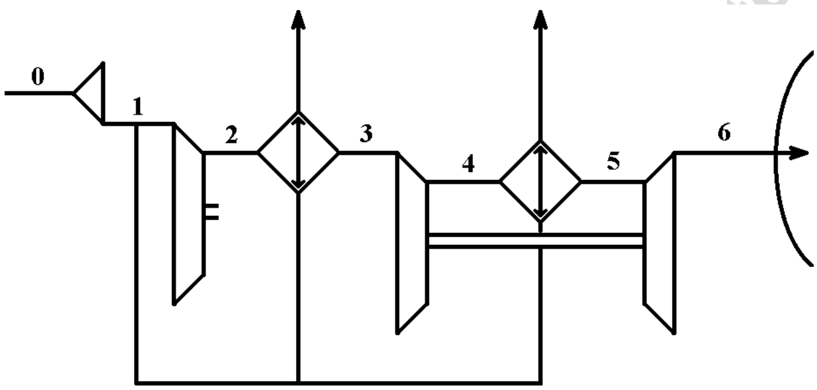
ESERCITAZIONE 9

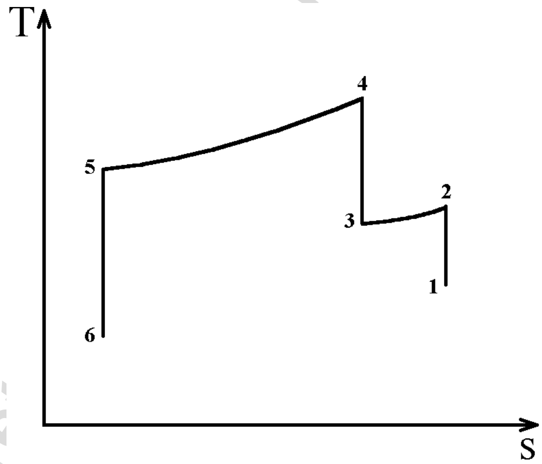
In un velivolo turbogetto è previsto un impianto di condizionamento con ciclo bootstrap.

a) Determinare un ciclo frigorifero ideale in grado di raffreddare l'aria dalla temperatura esterna di 50° C alla temperatura di 5° C a quota 0. Si fissi un rapporto di compressione totale pari a 15 e l'aria in uscita dal primo scambiatore di calore è ad una temperatura di 27° C superiore a quella dell'aria refrigerante.

Il ciclo bootstrap è schematizzato dalla figura:



Il ciclo utilizzato è rappresentabile nel diagramma T-s:



Del ciclo assegnato sono note:

$p_0 = 10^5$ Pa (pressione dell'aria esterna)
$T_0 = 323.15$ K (temperatura dell'aria esterna)
$T_3 = (323.15 + 27)$ K $= 350.15$ K (temperatura dell'aria all'uscita del primo scambiatore)
$p_6 = 10^5$ Pa (pressione dell'aria che entra in fusoliera)
$T_6 = 278.15$ K (temperatura dell'aria che entra in fusoliera)

Sono noti anche:

$R = 287$ J/(mol K)
$k = 1.4$

Il rapporto di compressione totale è 15; dato che avvengono due compressioni, la prima nel passaggio 1-2 (primi stadi di compressore del motore) e poi nel passaggio 3-4, sia β_1 il primo rapporto di compressione e β_2 il secondo. Varrà che:

$$\beta_1 \beta_2 = 15$$

La trasformazione 0-1, cioè il passaggio nella presa dinamica, non comporta alcuna modifica dei parametri termodinamici in quanto il velivolo è a terra e l'aria è ferma; per cui:

$$\begin{cases} p_1 = p_0 = 10^5 \text{ Pa} \\ T_1 = T_0 = 323.15 \text{ K} \end{cases}$$

La trasformazione 1-2 è invece una compressione isoentropica; lasciando incognito il rapporto di compressione, si può scrivere:

$$\begin{cases} p_2 = \beta_1 p_1 \\ T_2 = T_1 (\beta_1)^{\frac{k-1}{k}} \end{cases}$$

Il passaggio nello scambiatore è una trasformazione isobara; la temperatura è nota per cui si può scrivere:

$$\begin{cases} p_3 = p_2 = \beta_1 p_1 \\ T_3 = 350.15 \text{ K} \end{cases}$$

Ovviamente nel caso di velivolo fermo a terra dovrà esserci una ventola per spingere l'aria di raffreddamento.

La compressione 3-4 "completa" la compressione iniziata nel motore:

$$\begin{cases} p_4 = 15 p_1 = 1.5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \\ T_4 = T_3 (\beta_2)^{\frac{k-1}{k}} \end{cases}$$

E' bene calcolare il lavoro per unità di massa elaborata compiuto dal compressore in quanto tale lavoro dovrà essere recuperato dalla turbina:

$$L_{3-4}^{\leftarrow} = \dot{m} c_p (T_4 - T_3) = \dot{m} c_p T_3 \left((\beta_2)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)$$

Dell'espansione in turbina 5-6, considerando che del punto finale (6) tutto è noto e che $p_5 = 15 p_6$, si può scrivere:

$$\begin{cases} p_5 = 1.5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \\ T_5 = T_6 (15)^{\frac{k-1}{k}} = 602.98 \text{ K} \end{cases}$$

Il lavoro recuperato dalla turbina sarà:

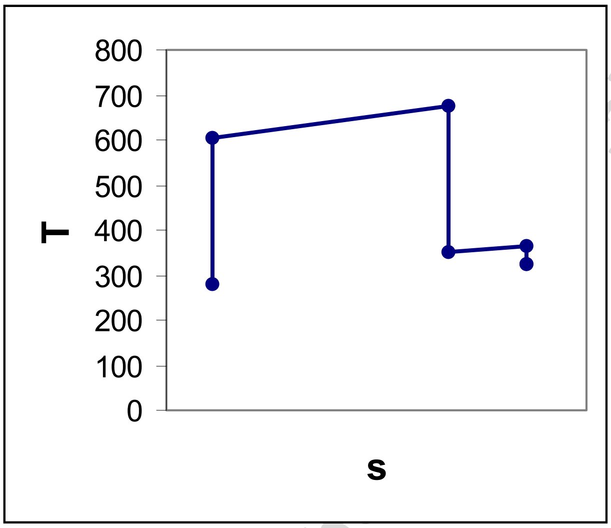
$$L_{5-6}^{\rightarrow} = \dot{m} c_p (T_5 - T_6)$$

dove tutte le quantità sono ora note; uguagliando i due lavori si trova:

$$\dot{m} c_p T_3 \left((\beta_2)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) = \dot{m} c_p (T_5 - T_6) \Rightarrow \beta_2 = 9.94$$

e quindi è possibile ricavare tutti i valori ancora incogniti del ciclo, tramite le formule sopra scritte. I risultati sono riassunti nella tabellina e nel grafico del ciclo:

$$\begin{cases} \beta_1 = 1.51 \\ \beta_2 = 9.94 \\ p_2 = 1.51 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ T_2 = 363.41 \text{ K} \\ p_4 = 1.50 \cdot 10^6 \text{ Pa} \\ T_4 = 674.87 \text{ K} \end{cases}$$



b) Verificare il funzionamento dell'impianto con il velivolo alla velocità di 480 kts alla quota di 8000 m, con una pressurizzazione corrispondente ad una quota di cabina di 2000 m, con temperatura minima all'uscita dal ciclo di 2° C e supponendo invariato il rapporto fra i calori sottratti nei due scambiatori di calore.

La velocità di volo è pari a 246,9 m/s; per calcolare l'effetto della compressione statica della presa d'aria occorre calcolare la velocità del suono alla quota di volo e il numero di Mach:

$$\text{Ma} = \frac{v}{\sqrt{kRT}} = 0.80$$

Per quanto riguarda gli scambiatori di calore, il testo in pratica suggerisce di considerarne invariata l'efficienza; pertanto considerando il ciclo a quota zero è possibile calcolare il valore di tali efficienze:

$$\varepsilon_1 = \frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_1} = 0.329$$

$$\varepsilon_2 = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_1} = 0.204$$

Del nuovo ciclo sono note:

$p_0 = 3.56 \cdot 10^4$ Pa (pressione statica dell'aria esterna)
$T_0 = 236.15$ K (temperatura dell'aria esterna)
$p_6 = 7.94 \cdot 10^4$ Pa (pressione dell'aria che entra in fusoliera)
$T_6 = 275.15$ K (temperatura dell'aria che entra in fusoliera)

La compressione statica converte la pressione dinamica in pressione statica; si trova che:

$$\begin{cases} p_1 = p_0\left(1+\dfrac{k-1}{2}\mathrm{Ma}^2\right)^{\frac{k}{k-1}} = 5.43\cdot 10^4 \text{ Pa} \\ T_1 = T_0\left(1+\dfrac{k-1}{2}\mathrm{Ma}^2\right) = 266.38\,\text{K} \end{cases}$$

Supponendo invariato il rapporto di compressione, per la trasformazione 1-2 si trova:

$$\begin{cases} p_2 = \beta_1 p_1 = 8.20\cdot 10^4 \text{ Pa} \\ T_2 = T_1(\beta_1)^{\frac{k-1}{k}} = 299.67\,\text{K} \end{cases}$$

Per il passaggio nel primo scambiatore si trova:

$$\begin{cases} p_3 = p_2 = 8.20\cdot 10^4 \text{ Pa} \\ T_3 = T_2 - \varepsilon_1(T_2 - T_1) = 288.72\,\text{K} \end{cases}$$

Per la seconda compressione non è più possibile supporre invariato il rapporto di compressione:

$$\begin{cases} p_4 = \beta_2 p_3 \\ T_4 = T_3(\beta_2)^{\frac{k-1}{k}} \end{cases}$$

Il lavoro ceduto all'aria sarà:

$$L^{\leftarrow}_{3-4} = \dot{m}c_p(T_4 - T_3) = \dot{m}c_p T_3\left((\beta_2)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)$$

Per il passaggio nel secondo scambiatore si trova:

$$\begin{cases} p_5 = p_4 = \beta_2 p_3 \\ T_5 = T_4 - \varepsilon_2(T_4 - T_1) \end{cases}$$

Uguagliando i lavori di compressore e turbina si ottengono i valori ancora incogniti:

$$\dot{m}c_p(T_4 - T_3) = \dot{m}c_p(T_5 - T_6) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_4 - T_3 = T_5 - T_6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_4 - T_3 = T_4 - \varepsilon_2(T_4 - T_1) - T_6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_3 = \varepsilon_2(T_4 - T_1) + T_6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_4 = T_1 + \frac{T_3 - T_6}{\varepsilon_2} = 332.90\,\text{K}$$

Da cui si ricava:

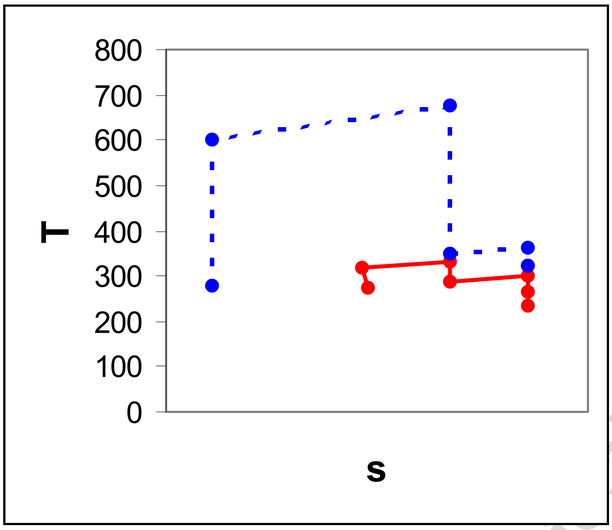
$$\beta_2 = 1.65$$

$$p_4 = 1.35\cdot 10^5\,\text{Pa}$$

A questo punto è possibile ricavare i parametri del punto 5:

$$\begin{cases} p_5 = p_4 = 1.35\cdot 10^5\,\text{Pa} \\ T_5 = T_4 - \varepsilon_2(T_4 - T_1) = 319.33\,\text{K} \end{cases}$$

Di seguito il grafico del nuovo ciclo (in rosso) confrontato con quello del vecchio (in blu, tratteggiato):



Per disegnare questo grafico (e il precedente) si è sfruttata la formula che esprime l'entropia come:

$$s = s_0 + c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p}{p_0}$$