ESERCITAZIONE 8

Un velivolo con un peso massimo all'atterraggio pari a m = 40000 kg deve poter atterrare con una componente verticale di velocità v_z = 2.5 m/s e con un fattore di contingenza n massimo pari a 3.

a) Progettare un ammortizzatore realizzato secondo lo schema idoneo ad assorbire l'intera energia dovuta alla componente verticale della velocità durante l'atterraggio. Si assuma per la velocità dello stelo un valore massimo pari a $0.8v_z$ in corrispondenza di uno schiacciamento pari al 20 % dello schiacciamento massimo e per l'orifizio una perdita di carico secondo la formula:

$$\Delta \mathrm{p} = \frac{1}{2}\lambda\rho v^2$$

con ρ = 850 kg/m^3 e λ variabile secondo la curva assegnata.

Il criterio adottato per il dimensionamento è di natura energetica, cioè si pone che l'ammortizzatore sia in grado di assorbire tutta l'energia cinetica del moto verticale. Le forze in gioco sono quindi:

- la forza viscosa agente sull'ammortizzatore
- la forza della pressione del gas
- la gravità
- la portanza.

Dal bilancio di energia si può scrivere:

$$\frac{1}{2}mv_z^2 + mg\Delta = \int_0^\Delta R dx + \int_0^\Delta L dx$$

dove

x è la corsa del pistone
Δ è la corsa massima
R è la reazione dell'ammortizzatore (dovuta all'effetto del gas e dell'olio)
L è la portanza.

Durante il contatto con il suolo la portanza del velivolo subirà una variazione, che si stima essere lineare dal valore iniziale pari al peso fino al valore finale di 1/3 del peso a fine corsa. Per questo si può scrivere:

$$\int_0^\Delta L dx = \int_0^\Delta mg\left(1 - \frac{2}{3}\frac{x}{\Delta}\right)dx = \left[mgx - \frac{1}{3\Delta}mgx^2\right]_0^\Delta = \frac{2}{3}mg\Delta$$

Anche per quanto riguarda il lavoro delle forze dell'ammortizzatore si può fare qualche semplificazione; infatti si può porre che tale lavoro sia:

$$\int_0^\Delta R dx = \eta R_{MAX}\Delta$$

dove

R_{MAX} è la massima reazione dell'ammortizzatore
η è il "rendimento" dell'ammortizzatore.

La massima reazione è ricavabile dal massimo fattore di contingenza:

$$n = \frac{mg + R_{MAX}}{mg} \Rightarrow R_{MAX} = mg(n-1) \cong 784800 \text{ N}$$

Il bilancio di energia può essere quindi riscritto come:

$$\frac{1}{2}mv_z^2 + \frac{1}{3}mg\Delta = mg(n-1)\eta\Delta$$

da cui

$$\Delta = \frac{v_z^2}{2g\left(\eta(n-1)-\frac{1}{3}\right)}$$

Il valore di η non è conosciuto ancora, ma si può fare una stima preliminare che verrà verificata alla fine, di $\eta = 0.85$, da cui:

$\Delta \cong 0.233\,\text{m}$

Per procedere è ora necessario fare alcune ipotesi sulle caratteristiche dell'ammortizzatore. Innanzitutto si possono fissare le pressioni massima e minima del gas che si avranno rispettivamente a fine e inizio corsa. Si possono scegliere due valori tipici come ad esempio p_{MIN} = 20 bar e p_{MAX} = 80 bar. Una pressione minima (detta anche pressione di precarico) maggiore di un bar consente di avere una forza statica sul pistone anche ad inizio corsa.
Inoltre si può ipotizzare che il diametro interno del cilindro sia 1.5 volte il diametro dello stelo.

Per la fine corsa, in condizioni statiche, l'ammortizzatore sia in grado di esercitare la massima forza richiesta; pertanto si può scrivere:

$$R_{MAX} = p_{\downarrow}A - p_{\uparrow}(A - A_s)$$

dove

- A è l'area della sezione interna del cilindro
- A_s è l'area della sezione dello stelo
- $p_{\downarrow}$ è la pressione che agisce sulla faccia superiore del pistone (spinge verso il basso)
- $p_{\uparrow}$ è la pressione che agisce sulla faccia inferiore del pistone (spinge verso l'alto)

In condizioni statiche e alla massima corsa, si pone che $p_{\downarrow} = p_{\uparrow} = p_{MAX}$, da cui:

$$R_{MAX} = p_{MAX}A - p_{MAX}(A - A_s) = p_{MAX}A_s \Rightarrow A_s = \frac{R_{MAX}}{p_{MAX}} \cong 0.0981\,\text{m}^2$$

da cui si ricava il raggio dello stelo:

$$r_s = \sqrt{\frac{A_s}{\pi}} \cong 17.7\,\text{cm}$$

Dall'assunzione fatta in precedenza si trovano il raggio e l'area del pistone:

$r = 1.5 r_s \cong 26.5\,\text{cm}$

$A = \pi r^2 \cong 0.221\,\text{m}^2$

A questo punto è anche possibile ricavare il volume iniziale V_0 occupato dal gas. Se si ipotizza la trasformazione come una adiabatica, si può scrivere:

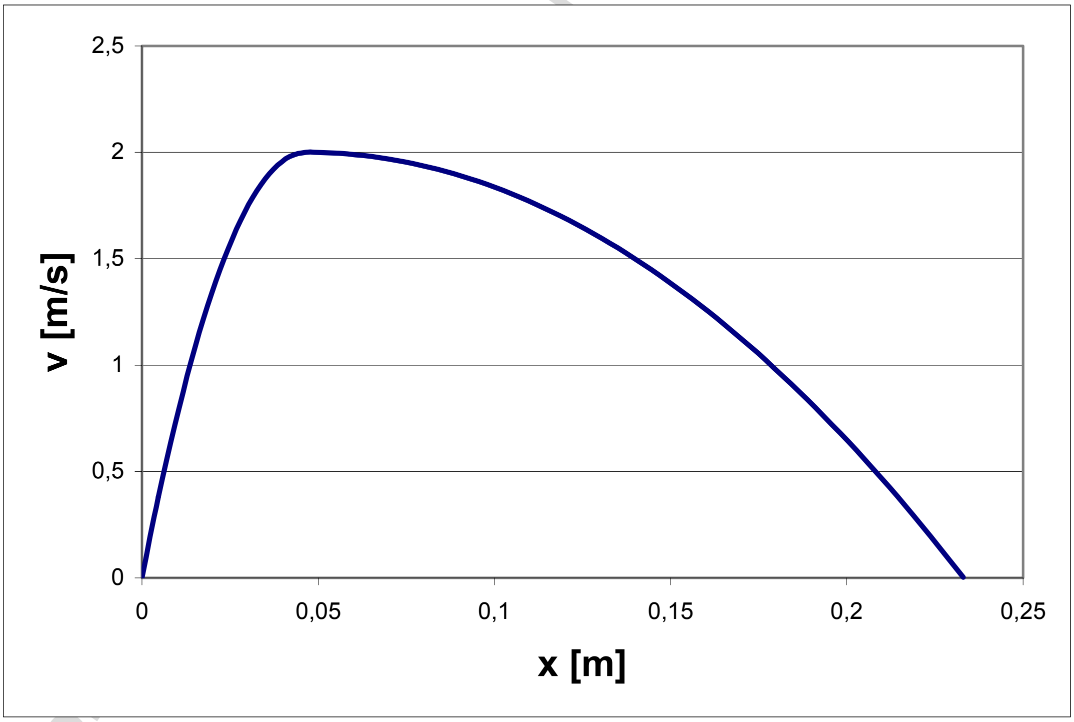
$$p_{MIN}V_0^k = p_{MAX}(V_0 - A_s\Delta)^k \Rightarrow V_0 = \frac{A_s\Delta\left(\frac{p_{MAX}}{p_{MIN}}\right)^{\frac{1}{k}}}{\left(\frac{p_{MAX}}{p_{MIN}}\right)^{\frac{1}{k}} - 1} \cong 0.0364\,\text{m}^3$$

dove k è il rapporto fra i calori specifici ed è pari a 1.4.

Per proseguire e terminare il progetto dell'ammortizzatore con il dimensionamento dell'orifizio che permette il passaggio dell'olio è necessario ricavare una espressione analitica fra la corsa x e la sua derivata. Si ipotizza un andamento con due archi di parabola raccordati in corrispondenza del loro vartice, che è, come indicato, al 20 % della corsa e pari all'80 % di v_z. Le parabole possono essere ricavati con il classico metodo geometrico:

prima parabola $\dot{x} = ax^2 + bx + c$ per $0 \le x \le 0.2\Delta$	*seconda parabola* $\dot{x} = dx^2 + fx + g$ per $0.2\Delta \le x \le \Delta$
passaggio per l'origine: $c = 0$ passaggio per il vertice: $0.8v_z = 0.04\Delta^2 a + 0.2\Delta b$ stazionarietà nel vertice: $0 = 0.4\Delta a + b$	passaggio per il punto estremo: $0 = d\Delta^2 + f\Delta + g$ passaggio per il vertice: $0.8v_z = 0.04\Delta^2 d + 0.2\Delta f + g$ stazionarietà nel vertice: $0 = 0.4\Delta d + f$
$a = -20\dfrac{v_z}{\Delta^2} = -921.0\,\mathrm{s^{-1}m^{-1}}$ $b = 8\dfrac{v_z}{\Delta} = 85.84\,\mathrm{s^{-1}}$ $c = 0$	$d = -1.25\dfrac{v_z}{\Delta^2} = 57.56\,\mathrm{s^{-1}m^{-1}}$ $f = 0.5\dfrac{v_z}{\Delta} = 5.365\,\mathrm{s^{-1}}$ $g = 0.75v_z = 1.875\,\mathrm{m/s}$

Di seguito il grafico della curva trovata.



E' possibile esprimere la reazione dell'ammortizzatore come composta da due componenti. La prima componente è dovuta alla pressione del gas che segue una trasformazione adiabatica:

$$R_1 = A_s p_{MIN} \left(\frac{V_0}{V_0 - A_s x} \right)^k$$

Il secondo contributo è dovuto alla perdita di carico concentrata nella strozzatura; tale perdita di carico causa una differenza di pressione sulle due facce del pistone:

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho\lambda v^2 = \frac{1}{2}\rho\lambda \frac{(A-A_s)^2}{\left(\frac{\pi}{4}D^2\right)^2}\dot{x}^2 = \frac{8\rho\lambda}{\pi^2}\frac{(A-A_s)^2}{D^4}\dot{x}^2$$

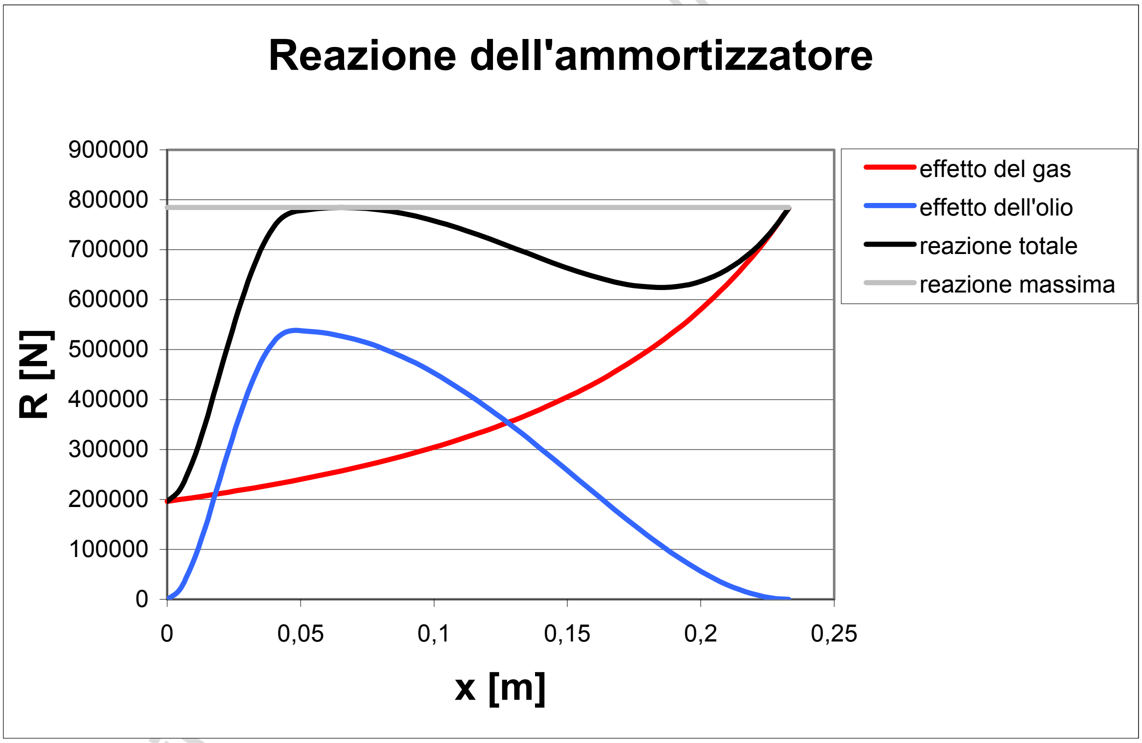
dove v è la velocità all'interno della strozzatura. Questa differenza di pressione agisce sulla corona circolare compresa fra stelo e parete esterna del pistone, da cui:

$$R_2 = \Delta p(A-A_s) = \frac{8\rho\lambda}{\pi^2}\frac{(A-A_s)^3}{D^4}\dot{x}^2$$

La risultante ottenuta è quindi:

$$R = A_s p_{MIN}\left(\frac{V_0}{V_0 - A_s x}\right)^k + \frac{8\rho\lambda}{\pi^2}\frac{(A-A_s)^3}{D^4}\dot{x}^2$$

D'ora in poi si procede per tentativi, tramite un foglio elettronico, ipotizzando diversi valori del diametro del foro D e della sua lunghezza L, in modo da ottenere una R che raggiunga R_{MAX} a fine corsa e non lo superi mai.



Il risultato illustrato nel grafico si ottiene per D = 6.25 cm e con L = 7.5, per cui λ = 1.6.

Il calcolo del lavoro e quindi del rendimento viene fatto tramite il metodo numerico di Cavalieri-Simpson, con passo di integrazione h pari ad 1/50 della corsa:

$$\eta = \frac{\frac{h}{3}\left(R(0) + 4R(h) + 2R(2h) + 4R(3h) + 2R(4h) + \ldots + R(\Delta)\right)}{R_{MAX}\Delta} \cong 0.848$$

Il valore trovato è confrontabile con quello ipotizzato inizialmente di 0.85.