ESERCITAZIONE 7

a) Dimensionare i freni di un velivolo tenendo conto dei dati.

Il dimensionamento dei freni deve essere tale da garantire:

- la forza frenante richiesta, cioè l'accelerazione frenante richiesta (4 m/s^2)
- potenza smaltita per unità di superficie sulle pastiglie minore della massima potenza smaltibile per unità di superficie (0.6 cv/cm^2 = 441 W/cm^2)
- temperatura a fine frenata dei dischi minore della massima temperatura amessa (500° C)

Si cerca ora di esprimere tali richieste in forma analitica e di trovare dei valori accettabili per i parametri dimensionanti dei dischi. Tali parametri saranno:

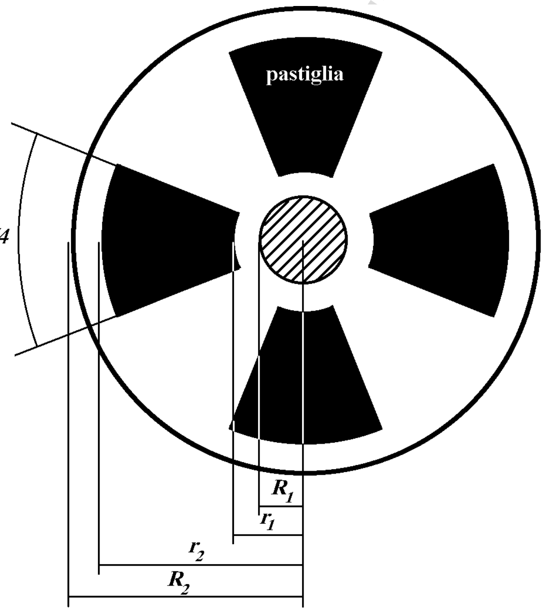
$F = ma = 120000\,\text{N}$

θ angolo coperto dalle pastiglie su ogni disco

n numero dei dischi

La quantità $n\theta$ rappresenta quindi "l'angolo totale" dei dischi coperto dalle pastiglie. Di seguito infatti si ragionerà considerando insieme tutti i freni di tutte le ruote, poi alla fine si deciderà come suddividerli.

La figura (non in scala) di seguito illustra brevemente la configurazione scelta e le quantità in gioco.



Forza frenante

La forza frenante sul velivolo dovrà essere pari a:

$F_f = ma = 120000\,\text{N}$

E' possibile esprimere la coppia frenante come:

$$M = \frac{2}{3} p\mu \left(r_2^3 - r_1^3\right)\theta$$

dove

p è la pressione esercitata

$\mu = 0.3$ è il coefficiente di attrito dinamico fra disco e pastiglie

r_1 è il raggio minimo di alloggiamento delle pastiglie

r_2 è il raggio massimo di alloggiamento delle pastiglie

Le pastiglie sono supposte di forma a settore di corona circolare. Il fattore 2 dipende dal fatto che le pastiglie agiscono su due facce del disco; il fattore 1/3 deriva dall'integrazione delle forze elementari sul disco, supponendo la pressione costante.

Sono dati:

$R_1 = 75$ mm è il raggio minimo di alloggiamento dei freni

$R_2 = 175$ mm è il raggio massimo di alloggiamento dei freni

Si suppone che i dischi occupino tutto lo spazio disponibile, quindi R_1 e R_2 diventano i raggi interno ed esterno dei dischi. Si pone che r_1 e r_2 siano contenuti all'interno di tali raggi estremi con un certo margine, per cui si stabilisce:

$r_1 = 85$ mm

$r_2 = 165$ mm

Dall'equilibrio sulle forze, trascurando il momento d'inerzia del blocco ruote e dischi, si può scrivere:

$$RF_f = M$$

dove R è il raggio della ruota, pari a 300 mm.

A questo punto è possibile ricavare un valore minimo per l'area delle pastiglie necessaria per garantire la forza frenante; la minima area si avrà in corrispondenza della massima pressione, per cui si può scrivere:

$$\frac{2}{3} p_{\max} \mu \frac{r_2^3 - r_1^3}{R} n\theta \geq F_f$$

dove $p_{\max} = 60$ kg/cm^2 = 58.9 bar. Rielaborando la relazione sopra scritta si ottiene la prima delle relazioni utili:

$$n\theta \geq \frac{3}{2} \frac{F_f}{p_{\max}\mu} \frac{R}{r_2^3 - r_1^3} = 7.88 = 2.51\pi$$

Questo significa che ad esempio saranno necessari almeno 3 dischi con pastiglie che ricoprono il disco per metà dell'ampiezza (π radianti, appunto)

Massima potenza smaltibile per unità di superficie

Le pastiglie possono smaltire una quantità limitata di potenza per unità di superficie. Si può esprimere la potenza smaltita per unità di superficie, punto per punto sulla pastiglia, come:

$$P = v\frac{r}{R} p\mu$$

dove

r è la distanza del punto considerato dal mozzo

v è la velocità dell'aereo

Tale potenza per unità di superficie è massima all'inizio della frenata, quando la velocità è maggiore, e in corrispondenza del bordo esterno della pastiglia, dove r e quindi la velocità di strisciamento è maggiore.

Dalla relazione sopra scritta si ricava che non è possibile applicare la pressione massima come stimato al punto precedente, ma si dovrà applicare una pressione minore, pari a:

$$p_{\max 2} = \frac{R}{r_2} \frac{P_{MAX}}{v\mu} = 5.35 \text{ bar}$$

Ricalcolando quindi la quantità $n\theta$ con la formula mostrata in precedenza, ma con questo valore di pressione, si trova:

$$n\theta \geq \frac{3}{2}\frac{F_f}{p_{\max 2}\mu}\frac{R}{r_2^3 - r_1^3} = 86.76 = 27.62\pi$$

Il che significa che se si sceglie di riempire i dischi al 90 % con le pastiglie (1.8π) saranno necessari almeno 16 dischi; tale numero è comodo perché si può pensare di suddividerli equamente mettendone 4 su ognuna delle 4 ruote.

Come si è visto, la prima specifica è molto meno restrittiva di questa seconda. Il criterio dimensionante per il numero delle pastiglie non è tanto la necessità di inserire molte pastiglie in modo da ricavare la forza frenante voluta, ma piuttosto di mettere molte pastiglie per evitarne l'eccessivo surriscaldamento.

Temperatura massima dei dischi

I dischi assorbono il 60 % dell'energia cinetica del velivolo; tale energia cinetica sarà pari a:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = 37500 \text{ kJ}$$

L'aumento di temperatura dei dischi sarà:

$$\Delta T = 0.6\frac{E}{n\rho VC}$$

dove

- V è il volume di un disco
- ρ è la densità del materiale dei dischi (acciaio: 7800 kg/m^3; carbonio: 1800 kg/m^3)
- C è il calore specifico del materiale dei dischi (acciaio: 418 J/(kg K); carbonio: 1254 J/(kg K))

Il volume di un disco può essere ricavato stimando che lo spessore di ogni disco sia di 15 mm, un valore tipico, abbastanza grande da non causare problemi strutturali ma abbastanza piccolo da garantire una diffusione pressoché uniforme del calore del disco nel corso della frenata. Si ricava:

$$V = \pi s\left(R_2^2 - R_1^2\right) = 1.178 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Per quanto riguarda ΔT, si può stimare che i dischi inizialmente si trovino a 20° C; per cui dato che la temperatura massima è di 500° C, sarà ΔT = 480° C = 480 K.

Si ricava quindi:

$$n \geq 0.6\frac{E}{\Delta T\rho VC}\begin{cases}12.2 \text{ per l'acciaio}\\ 15.5 \text{ per il carbonio (con dischi di 17 mm)}\end{cases}$$

Questo significa che la soluzione scelta (16 dischi disposti su 4 ruote) soddisfa il requisito di massima temperatura a fine frenata con per l'acciao; invece il carbonio ha minore capacità termica a pari volume e quindi per utilizzare questo materiale è necessario usare almeno dischi di 17 mm. Si deve considerare però che con l'acciaio il peso totale dei dischi sarà di 147 kg, mentre con il carbonio tale peso sarà di soli 38.5 kg; da ciò si può capire il motivo per cui quest'ultima opzione sia preferibile.

Si può pensare di ridurre il peso dei dischi riducendone lo spessore dato che la massa dei dischi è sovrabbondante a patto di verificare che non ci sia il rischio di cedimento degli stessi, ma in questa sede non si è in grado di fare considerazioni di questo tipo.

b) Valutare il numero di atterraggi consentiti da 10 mm di spessore di pastiglie supponendo un'usura U = 1.2 (cv h)/cm^3 = 3175.2 kJ/cm^3.

Si valuta il volume delle pastiglie come:
$V_p = 0.8 \cdot 16 \cdot 2\pi\left(r_2^2 - r_1^2\right) \cdot s_p = 16085\,\mathrm{cm}^3$
dove s_p = 1 cm e 0.8 la "percentuale" di disco coperta da pastiglie.

Si ricava quindi il numero di atterraggi possibili:
$$N = \frac{UV}{E} = 1361$$

c) Valutare le dilatazioni del disco alla temperatura massima di progetto (per i dischi in acciaio, α = $12 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}.

dal parametro di dilatazione volumetrica α è possibile ricavare quello lineare λ; si pensi ad un cubo di lato l e volume V:
$$\begin{cases} \Delta l = l\lambda\Delta T \\ \Delta V = V\alpha\Delta T \end{cases}$$
$$V + \Delta V = \left(l + \Delta l\right)^3 \Rightarrow V\left(1 + \alpha\Delta T\right) = l^3\left(1 + \lambda\Delta T\right)^3 = V\left(1 + \lambda\Delta T\right)^3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(1 + \alpha\Delta T\right) = \left(1 + \lambda\Delta T\right)^3 = 1 + 3\lambda\Delta T + 3\lambda^2\Delta T^2 + \lambda^3\Delta T^3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \alpha = 3\lambda + 3\lambda^2\Delta T + \lambda^3\Delta T^2$$
dato che $\lambda\Delta T$ è una quantità piccola, si può scrivere:
$$\alpha \cong 3\lambda$$
per cui nel nostro caso:
$$\lambda = \frac{1}{3}\alpha = 4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$$

Quindi è possibile ricavare la variazione del diametro e dello spessore:
$$\Delta D = 2R_2\lambda\Delta T = 1.34\,\mathrm{mm}$$
$$\Delta s = s\lambda\Delta T = 0.029\,\mathrm{mm}$$